圧縮センシングを利用した準同型暗号化データの通信量削減

泉 湖雪† 松本 茉倫† 小口 正人†

† お茶の水女子大学 〒 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1 E-mail: †koyuki@ogl.is.ocha.ac.jp, marin@ogl.is.ocha.ac.jp, oguchi@is.ocha.ac.jp

あらまし 近年の IoT デバイスやクラウドサービスの普及により,クラウド上で安全にデータを処理する必要がある. そこで,暗号文同士の加算や乗算が可能な準同型暗号が注目されている.しかし,準同型暗号は送信するデータが多 次元であるほど通信量が大きくなってしまうという課題がある.また,収集するデータがスパースな場合は無駄が多 くなる.そこで本研究では,零成分を多く含む(以下 スパースな)データを圧縮してから復元する「圧縮センシング」 を利用して,通信量を削減してスパースな多次元データを送信することを提案する.実験では乱数により生成したス パースな多次元データを用いて,圧縮ありと圧縮なしの場合で,準同型暗号文のサイズ,サーバでの復元結果の精度, 実行時間を比較する.

キーワード 準同型暗号, 圧縮センシング, スパース

1 はじめに

スマートフォンなどの IoT デバイスが普及したことで,クラ ウドなどのサーバにデータが蓄積され,分析に利用されるよう になった.しかし,収集したデータは個人に関する情報を含む 場合があるため,外部からの攻撃などによるデータの漏洩に備 える必要がある.そこで,暗号文同士の加算や乗算が可能な準 同型暗号を用いることで,盗聴のリスクを減らせるだけでなく, 暗号状態のままデータ分析を行うことが可能となる.準同型暗 号の課題として,送信するデータが多次元であるほど通信量が 大きくなってしまうことが挙げられる.また,収集するデータ がスパースな場合は無駄が多くなる.したがって本研究では, 図1に示すような圧縮センシングを利用した多次元データの送 信を提案する.

圧縮センシングは、スパース性を利用することにより、少な いサンプル数からもとのデータを復元する技術である. 圧縮行 列Aを掛けることで低次元データを得て、得られた低次元デー タと圧縮行列Aから推定することで、元の多次元データを復元 する. この技術を用いて圧縮されたスパースな多次元データを 準同型暗号化してクライアントからサーバに送信することで、 クライアントとサーバ間の通信量の削減が期待できる.

提案手法では、圧縮センシングによる圧縮と準同型暗号ラ イブラリの Microsoft SEAL を使った平文の準同型暗号化をク ライアント側で行い、圧縮センシングの復元をサーバ側で行 う.代表的な再構成アルゴリズムとして Orthogonal Matching Pursuit(以下 OMP) があるが、OMP で復元する際には比較演 算を行う.暗号化された状態では比較演算が困難であるため、 比較演算を使用しないような復元アルゴリズムを用いる必要 がある.そこで、今回は一般逆行列による L₂ ノルムの最小化 によって圧縮前のデータを推定する.実験では、乱数により生 成したスパースな多次元データを用いて、Baseline と提案手法 で、クライアントからサーバに送信する準同型暗号文のサイズ、 サーバでの圧縮センシングによる復元結果の精度,実行時間の 比較を行う.ここでは単純に,スパースな多次元データをクラ イアントで準同型暗号化して,圧縮せずにサーバに送信する方 法を Baseline とする.

実験の結果, 圧縮率を 50%に設定した場合は提案手法は圧縮 せずに送信した場合に比べて 50%通信量を削減できることを 示した. このとき, 復元後のベクトル *â* の二乗平均平方根誤 差 (以下 RMSE: Root Mean Squared Error) はおよそ 0.15 と なった.

2 既存技術

2.1 準同型暗号

2.1.1 特 徴

準同型暗号とは,以下のような特徴を持つ公開鍵暗号である.

 $Decrypt(Encrypt(m) \oplus Encrypt(n)) = m + n$ (1)

 $Decrypt(Encrypt(m) \otimes Encrypt(n)) = m \times n$ (2)

暗号文同士の加算が可能であるという特徴を表す (1) を加法 準同型性といい,暗号文同士の乗算が可能であるという特徴を 表す (2) を乗法準同型性という.準同型暗号には多くの種類が 存在し,加法準同型性のみを持つ加法準同型暗号には Paillier 暗号 [1],乗法準同型性のみを持つ乗法準同型暗号には RSA 暗 号 [2] が挙げられる.

また,加法準同型性と乗法準同型性の両方を満たす準同型暗 号は演算可能回数によって3つに分類できる.演算可能回数 に制限がある場合はSomewhat Homomorphyc Encryption(以 下 SHE)といい,パラメータにより演算可能回数が決まる場合 は Leveled Homomorphic Encryption(以下 LHE)という[3]. 演算可能回数に制限がない準同型暗号は完全準同型暗号(以下 FHE: Fully Homomorphic Encryption)という.ブートスト ラップを行い,演算による誤差の蓄積をリセットすることにより、



図1 提案手法. クライアント側は圧縮センシングによる平文の圧縮と準同型暗号化を行い, サー バ側は圧縮センシングの復元を行う. 圧縮センシングにより, Baseline に比べて, クライ アントからサーバに送信する暗号文のサイズは n 次元から m 次元に減少する. したがっ て, クライアントとサーバ間の通信量の削減が可能となる.

加算と乗算の任意回数の演算を実現している. FHE は, 1978 年に Rivest ら [4] によって構想され, 2009 年に Craig Gentry ら [5] によって格子暗号を用いた実現手法が提案された.

SHE は LHE よりも演算にかかる時間は短いが乗算可能回数 に制限があり、LHE は演算可能回数をあらかじめ設定できる が、演算可能回数の増加と演算にかかる時間は比例関係にある という課題がある.FHE には暗号文同士の加算と乗算が任意 回数可能であるが、暗号文のサイズが大きく、クライアントと サーバ間の通信量が大きくなってしまうといった課題がある [6]. 本研究では LHE を使用する.

2.1.2 暗号化方式[7] とライブラリ

現在,準同型暗号は,第1世代 イデアル格子による方式, 第2世代 BGV [8] や BFV 方式 [9],第3世代 GSW 方式や TFHE [10] [11],第4世代 CKKS 方式 [12] の4つの世代に分類 される.特に,CKKS 方式は整数だけではなく実数や複素数も 計算することができるという特徴を持ち,機械学習に応用可能 であることから近年注目されている.スケールというパラメー タによって実数を整数に見立てて計算するため,計算結果に若 干のノイズが生じ,計算を繰り返すとノイズが増加するため, リスケール処理を行う.

また,現在では多くの準同型暗号ライブラリが公開されており,有名なライブラリの1つとして,Microsoft SEAL [13] がある.SEAL は Microsoft が開発したライブラリで,BFV 方式と CKKS 方式の2つを利用でき,C++で実装されている.他にも,BGV 方式,C++で実装され,ブートストラップもサポートしている HElib [14] も有名である.

本研究では,実数を扱いたいため,CKKS 方式の SEAL を 用いて提案手法を実装した.

2.2 圧縮センシング[15]

2.2.1 概 要

圧縮センシング (compressed sensing) は、スパース性 (零成 分が多いという性質) を持つ高次元の信号を少ない観測から復 元する枠組みである.未知の n 次元ベクトル x_0 が、m 行 n 列 の行列 A を用いて以下のように線形変換されているとする.こ のとき、m < n とする.



元のベクトル x_0 の零ではない要素が k 個あると仮定して,低次元な m 次元ベクトル y と圧縮行列 A から (3) を満たす x_0 を求める. 一般には、未知数の数が方程式の数より多いため不定となり、解を一意に定めることができない. しかし、 x_0 の要素の多くが零であったとすると、解を一意に推定できる.

2.2.2 再構成アルゴリズム - OMP

圧縮センシングに使用される再構成アルゴリズム は多数存在する.代表的なアルゴリズムには,例えば OMP(Orthogonal Matching Pursuit), IHT(Iterative Hard Tresholding), IST(Iterative Soft Tresholding) などがある.再 構成アルゴリズムを選定する際には,暗号化状態のまま演算が 可能かを考慮した.暗号化状態のまま可能な演算は限られてお り,暗号化状態での演算が困難な例の1つとして比較演算が挙 げられる.ここでは OMP のアルゴリズムを紹介する.また, 本研究では一般逆行列による L₂ ノルムの最小化によって圧縮 前のデータを推定したが,詳細については 4.2 で説明する.

OMP とは貪欲法の一種であり, **y** を列ベクトル *a_i* の成分の みで近似する.残差を最も良く近似する順に *A* の列ベクトルの 添字を添字集合 *T* に加えていくことで復元する. OMP の詳細 は以下の通りである.

- 入力:観測信号 *y* ∈ ℝ^m, 観測行列 *A* ∈ ℝ^{m×n} (非零要素数 *k* ∈ ℕ)
- 初期化:推定值 $\hat{x} = 0$,添字集合 $T = \phi$

終了条件を満たすまで以下を繰り返す.

- (1)残差 y Ax と最も相関の高い (内積の絶対値の大きい)Aの列ベクトルの 添字をTに追加する.
- (2) $\hat{x} = \underset{\hat{x}}{\operatorname{argmin}} ||y A_T x_T||_2^2$ を一般逆行列で 評価することによって |T| スパースな推定値 \hat{x} を求める (一般逆行列で評価する).
- 出力:推定值 $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$

「残差を最も良く近似する」というのは、「内積の絶対値が最 も大きい」と言い換えられる.また、argmin|| $\boldsymbol{y} - A_T \boldsymbol{x}_T$ ||²₂の 解である $\hat{\boldsymbol{x}}$ は、 $\hat{\boldsymbol{x}} = (A_T^{\top} A_T)^{-1} A_T^{\top} \boldsymbol{y}$ 、つまり、 $\hat{\boldsymbol{x}} = (A_T \boldsymbol{o} - \boldsymbol{h})$ 般逆行列)と \boldsymbol{y} の積 で求められることが一般に知られている.

3 関連研究

ここでは関連する研究として, 圧縮とプライバシー保護 を実現する multi-class privacy-preserving cloud computing scheme(以下 MPCC 方式) の提案, 暗号化領域での圧縮アルゴ リズムの実行の 2 つを挙げて説明する.

3.1 圧縮センシングに基づくマルチクラスプライバシー保護 型クラウドコンピューティング

Kuldeep ら [16] は、センサデータを正確に取得できるスー パーユーザと、平均値や分散などの統計データのみを取得でき る準権限ユーザの 2 クラスの秘匿性の実現を目的として、以下 のような MPCC 方式を提案した.

- IoT デバイスは圧縮センシングにより継続的にデータ をセンシングし、センシングしたデータをクラウドに 送信、保存する.
- (2) スーパーユーザにはマスターキーを,準権限ユーザ には統計キーを持たせる.
- (3) データを取得するために,ユーザはクラウドにクエリ を送信する.
- (4) クラウドがスパース信号を復元し、復元された暗号文 をユーザに送信する.
- (5) ユーザは自分のアクセス権に従って,暗号文に鍵を 適用し,スーパーユーザは平文の復元結果を,準権限

ユーザは統計キーで並べ替えられた平文の復元結果 のみを得る.

MPCC 方式では、クラウドサービスプロバイダーに対する データの機密性を損なうことなく、計算量の多いスパース信号 の復元をクラウド上で行うことができる.

また,MPCC 方式に対して暗号文のみの攻撃を適用することは計算上不可能であることが証明されている.

3.2 暗号化領域での圧縮アルゴリズムの実行

Canard ら [17] は,FHE を用いて入力データが暗号化されて いる場合に圧縮アルゴリズムを実行することを目的として,最 も基本的な圧縮アルゴリズムである Run-Length Encoding(以 下 RLE)を分析し,圧縮アルゴリズムを実行する際に多くの問 題が生じることを示した.

RLE とは、 $\alpha_1, \alpha_2, ...$ のような記号列が与えられたとき、{ 回数、記号 } のペアからなる列を生成することで、記号列を圧 縮するものである. RLE の例は (4) に示す.

0, 0, 2, 3, 3, 4, 0, 0, 0

$$\rightarrow \{2,0\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{1,4\}, \{3,0\} \quad (4)$$

RLE アルゴリズムは単純であるにも関わらず,そのままそれ 自体を準同型暗号で実装することはできない.FHEの演算能 力の特徴として以下が挙げられる.

- FHE は暗号化領域のデータに依存する条件を持つ "if...then...else"構文を少なくとも直接実行できない.
- 暗号化領域のデータに依存する終了条件を持つループ
 構造を直接実行できない.

つまり, 暗号化領域のデータに対して FHE はいわゆる静的 制御構造プログラムしか実行できないといえる.しかし,動的 制御構造プログラムを静的制御構造プログラムに変換するため の正規化を行えば FHE でも実行できる.正規化の1つの例と して (5),(6) を示す.

$$\begin{aligned} x &\coloneqq c?a:b \tag{5} \\ &\equiv x \\ &\coloneqq c \otimes a \oplus (1 \oplus c) \otimes b \end{aligned}$$

"if...then...else"構文は(5)の条件代入演算子で表すことがで き,値 x,a,b,c に関する情報を一切学習することなく,この構 文の両方の分岐を実行し,(6)のように演算子を用いて条件値 にしたがって結果を適切に再結合することができる.このよう に,アルゴリズム中に動的な部分が存在する場合にはアルゴリ ズム制御フローを正規化することが必要となる.また,この研 究では,実際に FanVercauteren 暗号と Armadillo FHE コン パイラを用いた具体的な実験も行っている.

4 提案手法

4.1 概 要

ここでは単純に、スパースな多次元データをクライアントで準 同型暗号化して、圧縮せずにサーバに送信する方法を Baseline とする.本研究では、図1で示すような、スパースなデータを 圧縮してから復元する「圧縮センシング」を利用して、通信量 を削減してスパースな多次元データを送信することを提案する. ここで *m*,*n* は *m* < *n* であるものとする.

クライアント

- スパースな n 次元データ x₀ に, m 行 n 列の 圧縮行列 A をかけて圧縮する y = Ax₀
- (2) 得られた m 次元データ y を暗号化する
 Encrypt(y)
- (3) 暗号化状態の y をサーバに送信する

サーバ

- (4) 暗号化状態の y を受け取る
- (5) 再構成アルゴリズムにより復元した n 次元 データ â を得る
 â = Reconstruction(Encrypt(y))

Baseline に比べて, クライアントからサーバに送信する暗号 文のサイズは n 次元から m 次元に減少するため, クライアン トとサーバ間の通信量の削減が可能となる.

4.2 提案手法で使用した再構成アルゴリズム

代表的な再構成アルゴリズムの1つである OMP では、2.2.2 でも述べたように、残差を最も良く近似する、つまり、残差と 最も内積の絶対値が大きい A の列ベクトルがどれかを見つける 際に比較演算が必要となる.しかし、準同型暗号での比較演算 は非常に難しい.なぜなら、暗号文どうしの比較が簡単に可能 であるとすると挟み込みなどによって値の特定ができてしまう からである.そのため提案手法では、圧縮センシングの再構成 アルゴリズム Reconstruction(·)において、一般逆行列によっ て最小ノルム解、つまり L_2 ノルムが最小となる推定結果を得 る.すなわち encrypt(\hat{x}) = $(A^T A)^{-1}A^T \times encrypt(\boldsymbol{y})$ のよう に一般逆行列と暗号化された低次元行列との積を求める.

5 実 験

5.1 概 要

実験ではクライアントには Raspberry Pi, サーバには Ubuntu のマシンを使用し, Baseline と提案手法の2つを Microsoft SEAL ライブラリを用いて C++で実装した. Baseline, 提案手法ともに乱数により生成されたスパースな多次元データ

表 1 マシン性能		
	Raspberry Pi	サーバ
OS	Raspbian 11	Ubuntu 22.04.1
CPU	ARM Cortex-A72	Intel(R) Xeon(R) Gold 5115 CPU @ 2.40GHz
コア数	4	10
プロセッサ速度	$600 \mathrm{MHz}$	1GHz
RAM	4GB	192GB

を利用し,スパースな多次元データは 0,1 の 2 値で構成されて いるものとした.提案手法では,スパースな多次元データを圧 縮センシングにより圧縮してから準同型暗号化した暗号文をク ライアントからサーバに送信し,サーバで圧縮センシングの再 構成アルゴリズムにより復元をするものとした.Baseline では, スパースな多次元データをクライアントで準同型暗号化して, 圧縮せずにクライアントからサーバに送信するものとした.こ れらの Baseline と提案手法で,クライアントからサーバに送 信する準同型暗号文のサイズ比較,圧縮センシングの再構成ア ルゴリズムによるサーバでの復元結果の精度測定,クライアン トとサーバでの実行時間の測定を行った.精度の評価方法には RMSE を用いた.また,スパースな多次元データを生成する際 の乱数には,メルセンヌ・ツイスタ [18] を使用した.

5.2 実験環境

実験に使用したマシンの性能を表1に示す.

5.3 パラメータ

5.3.1 準同型暗号に関するパラメータ[19]

実験で使用した SEAL の CKKS 方式のパラメータを表 2 に 示す.

暗号文の長さ *slot_count* は,使用する多項式の次元を示 *j poly_modulus_degree* に 0.5 をかけた値となる.ここでは, *poly_modulus_degree* = 8192 としたため, *slot_count* = 4096 となる.また,暗号文同士の乗算可能回数を示す Leveled や復 号時の精度,復号時の実数値の精度は,チェインの設定によっ て決まる.実験ではチェインは次のように設定した.

$$modulus_chain = \{60, 40, 40, 60\}$$
 (7)

(7) は最初の数値 (以下 プライマリビット) である 60,最後の 数値 (以下 ラストビット) である 60,それ以外の (以下 スケー リングビット)2 つの 40 に分けることができる.

Leveled はスケーリングビットの個数に依存するため, Leveled = 2となり、2回乗算可能となる.また、プライマ リビットは復号時の精度と対応しており、復号時の実数値の整 数部分の精度はプライマリビットとスケーリングビットの差と、 復号時の実数値の小数部分の精度はスケーリングビットと復号 時の実数値の整数部分の精度ビットの差と対応している.

表 2 SEAL の CKKS 方式に関するパラメータ

	値
暗号文の長さ slot_count	4096
セキュリティ	128 bit
Leveled	2
復号時の精度	60 bit
復早時の実粉値の精産	整数部分 20 bit
返り可の天奴他の相及	小数部分 20 bit

5.3.2 圧縮センシングに関するパラメータ

実験の圧縮センシングには、(n, m) = (1024, 512), (1024, 256),(1024, 128) のように圧縮率を変化させたものと, (n, m) = (1024, 512), (256, 128), (128, 64)のようにn, mの大小 を変化させたものを用いた.実験では要素の95%が0である と仮定し、乱数により元のベクトル x_0 を生成した.

また,表2で示したとおり,長さが4096の暗号文を使用す るため,4096の要素すべてが埋められた状態でクライアント からサーバに渡す必要がある.そのため, $slot_count \div m$ 個の スパースなn次元データ x_0 を用意し,圧縮後のベクトルyを $slot_count \div m$ 個を詰めた1つのベクトルを渡す形としている.

5.4 評価方法

5.1 で述べたように,Baselineと提案手法での圧縮センシン グの再構成アルゴリズムによるサーバでの復元結果の精度の評 価方法には RMSE を用いた.RMSE は以下の式で算出される.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \hat{y}_i)^2}$$
(8)

式 (8) 中の y_i は実際の値,ŷ_i は予測値,n はデータの総数を 表す.RMSE の値が小さいほど誤差の小さいモデルであるとい える.

5.5 実験結果

5.5.1 通信量

図2にクライアントとサーバ間の通信量,つまり,クライアントからサーバに送信する準同型暗号文のサイズを示す. Baseline に比べ,提案手法では約半分の通信量に抑えられていることが分かる. これは n と m の比率に対応していることが分かる.

5.5.2 精

度

スパース値 k と RMSE の関係性を示した図 3 と, 圧縮率と RMSE の関係性を示した図 4 にあるように, スパース値 k が 小さいと精度が高まるという性質を持つ. 要素の 95 %が 0 で あると仮定した時の提案手法における RMSE を測定した結果 を示す. 圧縮率 50 % (n = 1024, m = 512) としたときの 8 個 の \hat{x} の RMSE は, おおよそ 0.15 となった.

また,同様のパラメータにおいて,図5に元のベクトル x_0 と再構成アルゴリズムにより復元した n 次元データ \hat{x} の比較を,図6に閾値により0,1の2値化を行った結果を示す.



図 2 圧縮率 50 %の場合のクライアントとサーバ間の通信量.
 n = 1024, m = 512 とした.縦軸は暗号文のサイズである.
 提案手法では Baseline に比べて約半分の通信量に抑えられており,通信量の削減比率は n と m の比率に対応している.



図 5 元のベクトル **x**₀ と復元後のベクトル â の比較. 青が元のベクトル **x**₀, オレンジが復元後のベクトル â を表す. 緑は今回設定した閾値である.



図 6 図 5 での復元後のベクトル â を閾値により 2 値化した結果.
 青が元のベクトル x₀, オレンジが復元後のベクトル â を 2 値
 化したものである.緑は今回設定した閾値である.

図 6 は閾値 0.32 として 2 値化している. このとき, 1 である 部分は 91%一致していた (5 回の平均値).

5.5.3 実行時間

Baseline と提案手法における実行時間を図7に示す.提案手法では、クライアントからサーバに送信する暗号文のサイズの



図 7 圧縮率 50 %のときの実行時間.n = 1024, m = 512 とした. クライアントからサーバに送信する暗号文のサイズの減少に伴 い暗号化にかかる時間は減っている.

しかし、クライアントで圧縮させる際の行列計算や、特にサーバで 復元する際の再構成アルゴリズムの計算に時間がかかっている.



図 8 圧縮率 50%時の実行時間.

n,m の値が小さいほどクライアントでの圧縮時間やサーバでの 復元時間が短くなっている.



図 9 圧縮率を変化させたときの実行時間の変化

減少に伴い,暗号化にかかる時間は減っているが,クライアン トで圧縮させる際の行列計算や,特にサーバで復元する際の再 構成アルゴリズムの計算に時間がかかってしまっていることが 分かる.

5.6 パラメータの値を変更した場合の実験結果に対する考察

パラメータの値 n, m を変更して, 圧縮率 50 %の場合のク ライアントの実行時間の変化を図 8 に, 圧縮率を変化させたと きの実行時間の変化を図 9 と図 10 に示す.実行時間,平均の RMSE 値に関して考察する.

まず実行時間について見てみると, *n*, *m* の値が小さいほど クライアントでの圧縮時間やサーバでの復元時間が短いことが



図 10 圧縮率を変化させたときの Baseline の実行時間の変化.
 n と m の比率と比例している.

読み取れる. これは圧縮行列 A $in \times m$ であり, n,m の大き さと行列計算の時間には正の関係があるからであると考えら れる. したがって,長いベクトルを復元するよりも短いベクト ルを複数復元する方が高速であり適しているといえる.また, Baseline の実行時間の変化について, $n \ge m$ の比率と比例し ている.これは,Baseline で暗号化する際に,長さnのスパー スなデータを $n \div m$ 個の長さ *slot_count* のベクトルにしてい るからである.

平均の RMSE 値に関して,図4 でも示したように,やはり 圧縮率を高くするほど RMSE 値が大きくなって精度が低くなっ てしまっていることが読み取れる.したがって圧縮率と精度は トレードオフの関係にあることがわかる.

6 まとめと今後の課題

IoT デバイスの普及により,クラウドなどのサーバに個人に 関する情報を含むデータが蓄積され,データ分析に利用される ようになった.外部からの攻撃などによるデータの漏洩に備え るために,暗号文同士の加算や乗算が可能な準同型暗号が用い ることが有効である.しかし,準同型暗号の問題点として,暗 号文のサイズが大きく通信量が大きくなってしまうことが挙げ られる.

本研究では、圧縮センシングを利用して、通信量を削減して スパースな多次元データを送信することを提案した. 圧縮セン シングは、スパース性を利用することにより、少ないサンプル 数からもとのデータを復元する技術である.

実験の結果, 圧縮率 50%のとき, クライアントとサーバ間の 通信量を約半分に減らすことができた. 復元後のベクトル *金* の RMSE はおよそ 0.15 であり, 閾値 0.32 として 2 値化すると 1 である部分は 91%一致した.

今後は,スパースな多次元データの構成を実数にも対応させ ることや,他の再構成アルゴリズムの使用により,より精度を 高めること,実行時間の改善を検討している.

文 献

 Pascal Paillier. Public-key cryptosystems based on composite degree residuosity classes. In International conference on the theory and applications of cryptographic techniques, pp. 223–238. Springer, 1999.

- [2] Ronald L Rivest, Adi Shamir, and Leonard Adleman. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. *Communications of the ACM*, Vol. 21, No. 2, pp. 120–126, 1978.
- [3] Abbas Acar, Hidayet Aksu, A Selcuk Uluagac, and Mauro Conti. A survey on homomorphic encryption schemes: Theory and implementation. ACM Computing Surveys (Csur), Vol. 51, No. 4, pp. 1–35, 2018.
- [4] Ronald L Rivest, Len Adleman, Michael L Dertouzos, et al. On data banks and privacy homomorphisms. *Foundations of secure computation*, Vol. 4, No. 11, pp. 169–180, 1978.
- [5] Craig Gentry. Fully homomorphic encryption using ideal lattices. In Proceedings of the forty-first annual ACM symposium on Theory of computing, pp. 169–178, 2009.
- [6] 佐藤宏樹,馬屋原昂,石巻優,今林広樹,山名早人. 完全準同型暗号のデータマイニングへの利用に関する研究動向. 第 15 回情報 科学技術フォーラム F-002, 2016.
- [7] 準同型暗号の世代区分. https://www.eaglys.co.jp/news/ column/homomorphicencryption/.
- [8] Zvika Brakerski, Craig Gentry, and Vinod Vaikuntanathan. (leveled) fully homomorphic encryption without bootstrapping. ACM Transactions on Computation Theory (TOCT), Vol. 6, No. 3, pp. 1–36, 2014.
- [9] Zvika Brakerski. Fully homomorphic encryption without modulus switching from classical gapsvp. In Advances in Cryptology-CRYPTO 2012: 32nd Annual Cryptology Conference, Santa Barbara, CA, USA, August 19-23, 2012. Proceedings, pp. 868–886. Springer, 2012.
- [10] Ilaria Chillotti, Nicolas Gama, Mariya Georgieva, and Malika Izabachène. Tfhe: fast fully homomorphic encryption over the torus. *Journal of Cryptology*, Vol. 33, No. 1, pp. 34–91, 2020.
- [11] TFHE. https://tfhe.github.io/tfhe/.
- [12] Jung Hee Cheon, Andrey Kim, Miran Kim, and Yongsoo Song. Homomorphic encryption for arithmetic of approximate numbers. In *International conference on the theory* and application of cryptology and information security, pp. 409–437. Springer, 2017.
- [13] Microsoft SEAL. https://github.com/microsoft/SEAL.
- [14] HElib. https://github.com/homenc/HElib.
- [15] 圧縮センシング:疎情報の再構成とそのアルゴ リズム. https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/ kokyuroku/contents/pdf/1803-03.pdf.
- [16] Gajraj Kuldeep and Qi Zhang. Compressive sensing based multi-class privacy-preserving cloud computing. In *GLOBECOM 2020-2020 IEEE Global Communications Conference*, pp. 1–6. IEEE, 2020.
- [17] Sebastien Canard, Sergiu Carpov, Donald Nokam Kuate, and Renaud Sirdey. Running compression algorithms in the encrypted domain: a case-study on the homomorphic execution of rle. In 2017 15th Annual Conference on Privacy, Security and Trust (PST), pp. 283–28309. IEEE, 2017.
- [18] Makoto Matsumoto and Takuji Nishimura. Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation (TOMACS), Vol. 8, No. 1, pp. 3–30, 1998.
- [19] 格子暗号の CKKS 形式のパラメータ、精度ビットなどの解説 (SEAL ライブラリ). https://qiita.com/kenmaro/items/ 931835476ca8781de9f9.